

УДК 514.1  
ББК 22.151.44  
М 155



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту № 11-01-07030

*Издание РФФИ не подлежит продаже*

**Макдафф Д., Саламон Д.**

Введение в симплектическую топологию. — М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2012. — 568 с.

Книга охватывает очень широкий материал. Первые четыре главы содержат прекрасное изложение основ симплектической геометрии, что позволяет читателю без предварительных специальных знаний начать изучение предлагаемой области математики. В дальнейших главах подробно обсуждаются симплектические многообразия, симплектоморфизмы, симплектические инварианты. Помимо необходимых базовых сведений, которые приводятся с подробными доказательствами, изложение в этих главах доходит до совсем недавних результатов и конструкций в симплектической топологии, таких как теоремы Громова о несжимаемости и о существовании симплектических структур на открытых многообразиях, доказательство гипотезы Арнольда для лагранжевых пересечений в касательных расслоениях, теория псевдоголоморфных кривых и гомологии Флоера, приложения теории Зайберга–Виттена к симплектической геометрии.

ISBN 978-5-4344-0056-5

ББК 22.151.44

© Dusa McDuff & Dietmar Salamon, 1998

© Перевод на русский язык:

НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2012

*"Introduction to Symplectic Topology" 2nd ed. was originally published in English in 1998. This translation is published by arrangement with Oxford University Press.*

*Первоначально книга «Введение в симплектическую топологию, 2-е изд.» вышла в свет на английском языке в 1998 году. Перевод на русский язык публикуется с разрешения издательства Oxford University Press.*

<http://shop.rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

## Оглавление

Предисловие . . . . .	ix
Предисловие ко второму изданию . . . . .	xi
Введение . . . . .	1
<b>Часть I. Основы</b> . . . . .	<b>9</b>
ГЛАВА 1. <b>От классики к современности</b> . . . . .	11
1.1. Гамильтонова механика . . . . .	12
1.2. Симплектическая топология евклидова пространства . . . . .	30
ГЛАВА 2. <b>Линейная симплектическая геометрия</b> . . . . .	40
2.1. Симплектические векторные пространства . . . . .	41
2.2. Линейная симплектическая группа . . . . .	48
2.3. Лагранжевы подпространства . . . . .	55
2.4. Аффинная теорема о несжимаемости . . . . .	60
2.5. Комплексные структуры . . . . .	68
2.6. Симплектические векторные расслоения . . . . .	77
ГЛАВА 3. <b>Симплектические многообразия</b> . . . . .	92
3.1. Основные понятия . . . . .	92
3.2. Изотопии и теорема Дарбу . . . . .	106
3.3. Подмногообразия симплектических многообразий . . . . .	113
3.4. Контактные структуры . . . . .	120
ГЛАВА 4. <b>Почти комплексные структуры</b> . . . . .	135
4.1. Почти комплексные структуры . . . . .	136
4.2. Интегрируемость . . . . .	142
4.3. Кэлеровы многообразия . . . . .	150
4.4. $J$ -голоморфные кривые . . . . .	163

<b>Часть II. Симплектические многообразия</b>	<b>173</b>
ГЛАВА 5. Симплектическое действие групп	175
5.1. Действие окружности	176
5.2. Отображение момента	187
5.3. Примеры	191
5.4. Симплектические фактор-многообразия	201
5.5. Выпуклость	209
5.6. Локализация	222
ГЛАВА 6. Симплектические расслоения	229
6.1. Симплектические расслоения	229
6.2. Симплектические расслоения 2-сфер	235
6.3. Симплектические связности	240
6.4. Гамильтонова голономия и связывающая форма	251
6.5. Гамильтоновы расслоения	264
ГЛАВА 7. Построение симплектических многообразий	271
7.1. Раздутия и сжатия	271
7.2. Связные суммы	293
7.3. Телескопическая конструкция	300
<b>Часть III. Симплектоморфизмы</b>	<b>307</b>
ГЛАВА 8. Сохраняющие площадь диффеоморфизмы	309
8.1. Периодические орбиты	310
8.2. Теорема Пуанкаре–Биркгофа	313
8.3. Задача о бильярде	320
ГЛАВА 9. Производящие функции	327
9.1. Производящие функции типа $S$	328
9.2. Дискретная гамильтонова механика	336
9.3. Гамильтоновы симплектоморфизмы	342
9.4. Лагранжевы подмногообразия	353
ГЛАВА 10. Группа симплектоморфизмов	362
10.1. Основные свойства	362
10.2. Гомоморфизм потока	367
10.3. Гомоморфизм Калаби	382
10.4. Топология групп симплектоморфизмов	388

<b>Часть IV. Симплектические инварианты</b>	<b>393</b>
ГЛАВА 11. Гипотеза Арнольда	395
11.1. Симплектические неподвижные точки	396
11.2. Теория Морса и индекс Конли	404
11.3. Лагранжевы пересечения	415
11.4. Гомологии Флоера	426
ГЛАВА 12. Симплектические емкости	432
12.1. Несжимаемость и емкости	433
12.2. Жесткость	439
12.3. Метрика Хофера	442
12.4. Емкость Хофера–Цендера	459
12.5. Вариационные методы	468
ГЛАВА 13. Новые направления	485
13.1. Примеры	487
13.2. Симплектические структуры на замкнутых многообразиях	505
13.3. Симплектические 4-многообразия	511
13.4. Симплектические подмногообразия	525
Литература	534
Предметный указатель	551