



Настоящее издание осуществлено при финансовой поддержке  
Российского фонда фундаментальных исследований  
(проект № 14-01-07001)

Попов Игорь Викторович,  
Фрязинов Игорь Владимирович

Метод адаптивной искусственной вязкости численного решения  
уравнений газовой динамики. — М.: КРАСАНД, 2014. — 288 с.; цв. вкл.

Книга посвящена новому численному методу адаптивной искусственной вязкости (АИВ) решения задач газовой динамики.

Предложенный в книге метод использовался для решения одномерных и многомерных задач на ортогональных и неструктурированных сетках. Проведено сравнение результатов расчетов тестовых задач методом АИВ с другими современными методами. Метод был также применен к решению ряда других задач математической физики. Приводится решение методом АИВ некоторых практических задач.

Книга может представлять интерес для аспирантов, научных сотрудников и инженеров, занятых решением задач газовой динамики.

Все результаты получены авторами данной книги, опубликованы в печати и докладывались на международных научных конференциях.

### **ИЗДАНИЕ РФФИ НЕ ПОДЛЕЖИТ ПРОДАЖЕ**

Издательство «КРАСАНД». 117335, Москва, Нахимовский пр-т, 56.  
Формат 60×90/16. Печ. л. 18. Зак. № 5302.

Отпечатано способом ролевой струйной печати в ОАО «Первая Образцовая типография»  
Филиал «Чеховский Печатный Двор», 142300, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1

ISBN 978-5-396-00628-7

© КРАСАНД, 2014

14569 ID 187505



9 785396 006287



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

## Оглавление

|   |           |
|---|-----------|
| Введение .....  | 6         |
| <b>Глава I. Метод адаптивной искусственной вязкости. Одномерные задачи .....</b>                                    | <b>16</b> |
| § 1.1. Постановка задачи.....   | 16        |
| § 1.2. Поправки Лакса—Вендроффа.....  | 18        |
| § 1.3. Аппроксимация .....  | 22        |
| § 1.4. Искусственная вязкость .....   | 26        |
| § 1.5. Число Куранта .....  | 33        |
| § 1.6. Области введения искусственной вязкости .....  | 38        |
| § 1.7. Метод адаптивной искусственной вязкости (АИВ)<br>для решения одномерных задач газовой динамики .....         | 47        |
| § 1.8. Первые численные эксперименты .....  | 52        |
| § 1.9. Разностная схема и балансные соотношения.<br>Сеточная аппроксимация уравнений<br>для внутренней энергии..... | 60        |
| § 1.10. Решение тестовых задач методом АИВ .....  | 68        |
| § 1.11. Метод АИВ в цилиндрических и сферических<br>координатах .....   | 92        |
| § 1.12. Метод АИВ для уравнений Бюргерса,<br>пограничного слоя, линейного<br>и нелинейного переноса .....           | 102       |

- § 1.13. Численное решение уравнений Бюргерса, пограничного слоя, линейного и нелинейного переноса методом АИВ ..... 112
- § 1.14. Сравнение метода АИВ и WENO5 ..... 118

**Глава II. Метод адаптивной искусственной вязкости. Решения многомерных задач газовой динамики на ортогональных сетках.....121**

- § 2.1. Постановка задачи..... 121
- § 2.2. Сетки и обозначения..... 123
- § 2.3. Аппроксимации операторов дивергенции и градиента ..... 128
- § 2.4. Поправки Лакса—Вендроффа..... 132
- § 2.5. Аппроксимация уравнений газовой динамики..... 136
- § 2.6. Искусственная вязкость..... 139
- § 2.7. Области введения искусственной вязкости ..... 145
- § 2.8. Метод адаптивной искусственной вязкости ..... 152
- § 2.9. Метод АИВ в цилиндрических координатах..... 154
- § 2.10. Численное решение двумерных задач..... 157
- § 2.11. Численное решение трёхмерной задачи ..... 169

**Глава III. Метод адаптивной искусственной вязкости решения уравнений газовой динамики на неструктурированных треугольных и тетраэдральных сетках .....173**

- § 3.1. Постановка задачи..... 173
- § 3.2. Сетки и обозначения..... 175
- § 3.3. Аппроксимации дивергенции и градиента ..... 181

- § 3.4. Сеточные преобразования и аппроксимация исходных уравнений (без учёта поправок Лакса—Вендроффа)..... 194
- § 3.5. Аппроксимация поправок Лакса—Вендроффа и потоков..... 203
- 3.5.1. Аппроксимация потоков массы ..... 204
- 3.5.2. Аппроксимация потоков импульса и градиента давления..... 205
- 3.5.3. Аппроксимация потоков полной энергии ..... 208
- 3.5.4. Итоговые формулы для потоков ..... 209
- 3.5.5. Аппроксимация уравнения для внутренней энергии ..... 211
- § 3.6. Аппроксимация граничных условий и постановка сеточных задач для определения «предикторного» решения..... 212
- § 3.7. Искусственная вязкость ..... 215
- § 3.8. Определение областей УВ(BC), ВР, КР, ОСЦ. Метод адаптивной искусственной вязкости (Метод АИВ)..... 221
- § 3.9. Численные эксперименты ..... 225

**Приложения**

- Приложение А. Численное моделирование неустойчивости Рихтмайера—Мешкова..... 229
- Приложение Б. Отражение ударной волны от оси симметрии в неравномерном потоке с образованием циркуляционной зоны..... 233

**Цветные иллюстрации .....241**

**Литература .....273**