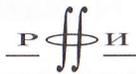


УДК 512.2  
ББК 22.144  
Г 32



Издание осуществлено при поддержке  
Российского фонда фундаментальных  
исследований по проекту 10-01-07053

Гельфанд И.М., Райков Д.А., Шилов Г.Е. **Коммутативные нормированные кольца.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 260 с. — ISBN 978-5-9221-1331-1.

В предлагаемой книге излагается теория коммутативных нормированных колец с ее применениями к анализу и топологии. В конце книги в виде приложения воспроизведена статья И.М. Гельфанда и М.А. Наймарка «Нормированные кольца с инволюцией и их представления», могущая служить введением в теорию некоммутирующих нормированных колец с инволюцией.

Книга рассчитана на математиков (студентов старших курсов, аспирантов и научных работников), занимающихся функциональным анализом и его приложениями.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	6
-----------------------	---

### ЧАСТЬ I

Глава 1. <b>Общая теория коммутативных нормированных колец</b> . . .	8
§ 1. Понятие нормированного кольца . . . . .	8
§ 2. Максимальные идеалы . . . . .	13
§ 3. Абстрактные аналитические функции . . . . .	20
§ 4. Функции на максимальных идеалах. Радикал кольца . . . . .	22
§ 5. Пространство максимальных идеалов . . . . .	29
§ 6. Аналитические функции от элемента кольца . . . . .	37
§ 7. Кольцо $\widehat{R}$ функций $x(M)$ . . . . .	41
§ 8. Кольца с инволюцией . . . . .	46
Глава 2. <b>Общая теория коммутативных нормированных колец (продолжение)</b> . . . . .	55
§ 9. Связь между алгебраическим и топологическим изоморфизмами . . . . .	55
§ 10. Обобщенные делители нуля . . . . .	57
§ 11. Граница пространства максимальных идеалов . . . . .	61
§ 12. Расширение максимальных идеалов . . . . .	65
§ 13. Локально аналитические операции над несколькими элементами кольца . . . . .	68
§ 14. Разложение нормированного кольца в прямую сумму идеалов . . . . .	81
§ 15. Нормированное пространство, сопряженное к нормированному кольцу . . . . .	83

© ФИЗМАТЛИТ, 2011

© И. М. Гельфанд, Д. А. Райков,  
Г. Е. Шилов, 2011

ISBN 978-5-9221-1331-1

## ЧАСТЬ II

Глава 3. <b>Кольца абсолютно интегрируемых функций и их дискретные аналоги</b> . . . . .	86
§ 16. Кольцо $V$ абсолютно интегрируемых функций на прямой . . . . .	86
§ 17. Максимальные идеалы колец $V$ и $V_+$ . . . . .	91
§ 18. Кольца абсолютно интегрируемых функций с весом. . . . .	98
§ 19. Дискретные аналоги колец абсолютно интегрируемых функций. . . . .	101
Глава 4. <b>Гармонический анализ на коммутативных локально бикompактных группах</b> . . . . .	106
§ 20. Групповое кольцо коммутативной локально бикompактной группы . . . . .	108
§ 21. Максимальные идеалы группового кольца и характеры группы . . . . .	114
§ 22. Теорема единственности для преобразования Фурье и достаточность множества характеров . . . . .	120
§ 23. Группа характеров . . . . .	125
§ 24. Инвариантный интеграл на группе характеров . . . . .	129
§ 25. Формулы обращения для преобразования Фурье . . . . .	135
§ 26. Понтрягинский закон двойственности . . . . .	140
§ 27. Положительно определенные функции. . . . .	142
Глава 5. <b>Кольцо функций с ограниченным изменением на прямой</b> . . . . .	147
§ 28. Функции с ограниченным изменением на прямой . . . . .	147
§ 29. Кольцо функций скачков . . . . .	149
§ 30. Абсолютно непрерывные и дискретные максимальные идеалы кольца $V^{(b)}$ . . . . .	157
§ 31. Сингулярные максимальные идеалы кольца $V^{(b)}$ . . . . .	161
§ 32. Совершенные множества с линейно независимыми точками. Несимметричность кольца $V^{(b)}$ . . . . .	169
§ 33. Общий вид максимальных идеалов кольца $V^{(b)}$ . . . . .	173

## ЧАСТЬ III

Глава 6. <b>Регулярные кольца</b> . . . . .	177
§ 34. Определения, примеры и простейшие свойства . . . . .	177
§ 35. Локальная теорема. . . . .	181
§ 36. Наименьшие идеалы. . . . .	183

§ 37. Примарные идеалы. . . . .	185
§ 38. Локально изоморфные кольца . . . . .	187
§ 39. Связь между кольцами вычетов двух вложенных одно в другое колец функций . . . . .	189
§ 40. Тауберова теорема Винера. . . . .	191
§ 41. Примарные идеалы в однородных кольцах функций. . . . .	193
§ 42. Замечания о любых замкнутых идеалах. Пример Л. Шварца. . . . .	197
Глава 7. <b>Кольца с равномерной сходимостью</b> . . . . .	200
§ 43. Симметричные подкольца кольца $C(S)$ и бикompактные расширения пространства $S$ . . . . .	200
§ 44. Вопрос о произвольных замкнутых подкольцах кольца $C(S)$ . . . . .	204
§ 45. Идеалы в кольцах с равномерной сходимостью . . . . .	211
Историко-литературные указания . . . . .	217
Цитированная литература . . . . .	219
Приложение. <i>И. М. Гельфанд и М. А. Наймарк. Нормированные кольца с инволюцией и их представления</i> . . . . .	223
Литература . . . . .	257