

# О Г Л А В Л Е Н И Е

<b>1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ</b>	<b>3</b>
1.1. Векторное пространство . . . . .	3
1.2. Пространство $L^2([a, b], \rho)$ . . . . .	5
1.3. Обобщенный ряд Фурье . . . . .	6
1.4. Классический ряд Фурье . . . . .	7
1.5. Линейные операторы в векторном пространстве . . . . .	8
<b>2. ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ</b>	<b>10</b>
2.1. Однородное волновое уравнение . . . . .	10
2.2. Решение однородного волнового уравнения. Метод разделения переменных . . . . .	11
2.3. Общая задача Штурма–Лиувилля. Виды краевых условий. . . . .	15
2.3.1. Свойства собственных значений и собствен- ных функций задачи Штурма–Лиувилля . . . . .	16
2.3.2. Краевые условия Неймана . . . . .	17
2.3.3. Краевые условия Дирихле–Неймана . . . . .	18
2.3.4. Краевые условия Дирихле–Робена . . . . .	20
2.4. Решение неоднородного волнового уравнения методом Фурье . . . . .	21
2.4.1. Решение неоднородного волнового уравнения с однородными граничными и начальными усло- виями . . . . .	21
2.4.2. Решение неоднородного волнового уравнения с однородными граничными и неоднородными на- чальными условиями . . . . .	22
2.4.3. Решение неоднородного волнового уравнения с неоднородными граничными и начальными усло- виями . . . . .	25
2.4.4. Резонанс . . . . .	26
<b>3. УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ</b>	<b>29</b>
3.1. Однородное уравнение теплопроводности. Метод Фурье	29
3.1.1. Однородные граничные условия Дирихле . . . . .	30
3.1.2. Функция Грина . . . . .	31
3.1.3. Однородные граничные условия Дирихле–Неймана	32

3.2.	Неоднородное уравнение теплопроводности . . . . .	34
<b>4.</b>	<b>УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА И ПУАССОНА</b>	<b>36</b>
4.1.	Оператор Лапласа, гармонические функции . . . . .	36
4.1.1.	<i>Гармонические функции</i> . . . . .	37
4.1.2.	<i>Оператор Лапласа в полярной системе координат</i> . . . . .	38
4.2.	Краевые задачи для уравнения Лапласа . . . . .	38
4.3.	Решение задачи Дирихле в круговом секторе методом Фурье . . . . .	38
4.4.	Решение задачи Неймана в круговом секторе методом Фурье . . . . .	42
4.5.	Решение задачи Дирихле в круге методом Фурье . . . . .	44
4.6.	Задача Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области . . . . .	47
4.7.	Нестационарный случай . . . . .	50
4.7.1.	<i>Колебания прямоугольной мембраны</i> . . . . .	50
4.7.2.	<i>Распространение тепла в прямоугольной пластине</i> . . . . .	52
4.7.3.	<i>Задача о свободных колебаниях круглой мембраны</i> . . . . .	53
4.7.4.	<i>Функции Бесселя</i> . . . . .	55
4.8.	Цилиндрические функции . . . . .	59
4.8.1.	<i>Модифицированные функции Бесселя</i> . . . . .	60
4.9.	Сферические функции . . . . .	60
<b>5.</b>	<b>КЛАССИФИКАЦИЯ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА</b>	<b>61</b>
5.1.	Приведение уравнения в частных производных второго порядка к каноническому виду. . . . .	61
5.2.	Формула Даламбера для бесконечной струны . . . . .	66
<b>6.</b>	<b>ОБОБЩЕННЫЕ ФУНКЦИИ</b>	<b>68</b>
6.1.	Пробные функции . . . . .	68
6.2.	Обобщенные функции . . . . .	69
6.3.	Дифференцирование обобщенных функций . . . . .	70
6.4.	Ряд Фурье обобщенной функции . . . . .	71
6.5.	Фундаментальное решение уравнения теплопроводности . . . . .	72