

Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
I ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ	9
ВВЕДЕНИЕ	10
ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ	16
§ 1.1. Упругость твёрдого тела	16
§ 1.2. Однородная деформация	16
§ 1.3. Внутренние силы. Метод сечений	17
§ 1.4. Однородное тело	18
§ 1.5. Вектор напряжения	19
§ 1.6. Растяжение стальных образцов	19
§ 1.7. Остаточные деформации	21
§ 1.8. Предел упругости	22
§ 1.9. Упругая деформация сдвига	22
§ 1.10. Закон парности касательных напряжений	25
§ 1.11. Однородное напряжённое состояние	26
§ 1.12. Обобщённый закон Гука	27
§ 1.13. Другая форма закона Гука	27
§ 1.14. Плоское напряжённо-деформированное состояние	29
§ 1.15. Однородная модель твёрдого тела	29
§ 1.16. Осесимметричная плоская деформация	30
§ 1.17. Задача Ляме	31
§ 1.18. Явление концентрации напряжений	34
§ 1.19. Принципы Сен-Венана	35
ГЛАВА 2. ПЕРВАЯ ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ УПРУГОСТИ	37
§ 2.1. Уравнения равновесия	37
§ 2.2. Выражение деформаций через перемещения	38
§ 2.3. Определение перемещений	39
§ 2.4. Тожества Сен-Венана	40
§ 2.5. Условия совместности	41
§ 2.6. Граничные условия	41
§ 2.7. Первая основная задача теории упругости	42

ГЛАВА 3. ВТОРАЯ ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ УПРУГОСТИ	44
§ 3.1. Определение напряжений через деформации	44
§ 3.2. Уравнения деформации упругого тела	45
§ 3.3. Применение гармонических функций	46
§ 3.4. Интеграл Трефтца	48
§ 3.5. Интеграл Гродского – Нейбера – Папковича	50
ГЛАВА 4. ТРЁХМЕРНЫЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ	52
§ 4.1. Простейшие примеры гармонических функций	52
§ 4.2. Функция Грина	54
§ 4.3. Пространственные функции Грина	55
§ 4.4. Краевые задачи для полупространства	57
§ 4.5. Другие свойства гармонических функций	58
ГЛАВА 5. УПРУГОЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО	61
§ 5.1. Объёмное расширение на поверхности	61
§ 5.2. Напряжения на поверхности	63
§ 5.3. Деформация упругого полупространства	64
5.3.1. Интегральный оператор формул (5.18)–(5.20)	65
§ 5.4. Примеры	67
ГЛАВА 6. ЗАДАЧА ГЕРЦА	71
§ 6.1. Деформация соприкасающихся тел	71
§ 6.2. Основные допущения	72
§ 6.3. Осесимметричная задача Герца	73
§ 6.4. Сжатие ортогональных цилиндров	76
6.4.1. Простейший случай	76
6.4.2. Основной случай	77
§ 6.5. Сжатие бочкообразных тел	79
6.5.1. Тела вращения с параллельными осями	79
6.5.2. Случай скрещивающихся осей	80
§ 6.6. Вытянутая площадка контакта	82
§ 6.7. Сжатие параллельных цилиндров	84

ГЛАВА 7. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ В ТОЧКЕ ТЕЛА	86
§ 7.1. Главные напряжения	86
§ 7.2. Максимальные напряжения	88
§ 7.3. Интенсивность напряжений	90
§ 7.4. Некоторые свойства касательных напряжений	91
ГЛАВА 8. ЛИНЕЙНЫЕ УПРУГИЕ СИСТЕМЫ	93
§ 8.1. Общие замечания	93
§ 8.2. Линейные системы	94
§ 8.3. Потенциальная энергия винтовой пружины	95
§ 8.4. Принцип взаимности работ	96
§ 8.5. Теорема Кастильяно	98
§ 8.6. Удельная потенциальная энергия упругой деформации	100
ГЛАВА 9. ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ УПРУГОСТИ	103
§ 9.1. Функция напряжений	103
9.1.1. Пример 1. Сосредоточенная сила в вершине клина . . .	104
9.1.2. Пример 2. Изгиб клина равномерным давлением . . .	106
§ 9.2. Комплексное представление бигармонической функции	106
§ 9.3. Интеграл перемещений Колосова	108
§ 9.4. Действие сосредоточенной силы	108
§ 9.5. Решение первой основной задачи для круга	110
§ 9.6. Приложение к бразильскому тесту	111
ГЛАВА 10. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СТРУКТУРНЫХ НЕСОВЕРШЕНСТВ	118
§ 10.1. Два варианта теории структурных несовершенств	118
§ 10.2. Винтовая дислокация в круглой трубе	120
§ 10.3. Преобразование инверсии	124
§ 10.4. Дислокационное напряжённое состояние	126
§ 10.5. Дислокационный поток в эксцентрической трубе	127
§ 10.6. Винтовая дислокация в круглом цилиндре	129
§ 10.7. Винтовая дислокация в полукруглом цилиндре	131
§ 10.8. Краевая дислокация в бесконечном теле	132
§ 10.9. Математическая клиновидная дислокация	134
§ 10.10. Математическая биклинация	135

§ 10.11. Плоская дислокация Соммилианы.....	136
§ 10.12. Дислокация Соммилианы в полуплоскости.....	137
10.12.1. Функции Мусхелишвили для бесконечной плоскости с дислокацией.....	138
10.12.2. Функции Мусхелишвили для полуплоскости с дислокацией.....	139
10.12.3. Вычисление функций Галина.....	141
10.12.4. Завершение решения задачи.....	142
10.12.5. Приложение к геомеханике.....	143
§ 10.13. Пара дислокаций в плоскости.....	147
§ 10.14. Краевая дислокация в полуплоскости.....	148
§ 10.15. Полуплоскость с системой дислокаций.....	149

II ОСНОВНЫЕ ВАРИАНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ 153

ГЛАВА 11. ОЧЕРК ЗАРОЖДЕНИЯ И РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ 154

§ 11.1. Основные определения.....	154
§ 11.2. Предмет и задачи механики неупругих деформаций.....	155
§ 11.3. Ранние этапы развития теории пластичности.....	157
§ 11.4. Развитие теории пластичности в XX в.....	158
§ 11.5. Советский период развития теории пластичности.....	161
§ 11.6. Российская механика в постсоветский период.....	163
11.6.1. Общая ситуация и опасные тенденции.....	163
11.6.2. Теория пластичности в постсоветский период.....	168
§ 11.7. Резюме.....	172

ГЛАВА 12. ИСХОДНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ 174

§ 12.1. Тензор второго ранга в евклидовом пространстве.....	174
§ 12.2. Тензоры в теории пластичности.....	175
§ 12.3. Разложение тензоров деформаций и напряжений.....	178
§ 12.4. Другие инварианты в теории пластичности.....	180
§ 12.5. О подобии девiatorов напряжений и деформаций.....	184
§ 12.6. Диаграммы напряжений и их идеализация.....	187

ГЛАВА 13. ОБ УСЛОВИЯХ ПЛАСТИЧНОСТИ ОДНОРОДНОГО ИЗОТРОПНОГО ТЕЛА	191
§ 13.1. Общие соображения	191
§ 13.2. Замечания общего характера	191
§ 13.3. Условие пластичности Треска	194
§ 13.4. Условие пластичности Губера – Мизеса	195
§ 13.5. Опытное исследование пластических свойств материалов	198
§ 13.6. Объёмная упругость материалов	201
§ 13.7. Инвариантная форма закона Гука	202
ГЛАВА 14. ДЕФОРМАЦИОННАЯ ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ ГЕНКИ – НАДАИ – ИЛЮШИНА	206
§ 14.1. Законы активной упругопластической деформации	206
§ 14.2. Определение универсальной функции упрочнения	208
§ 14.3. Некоторые свойства функции упрочнения	210
§ 14.4. Другие формулы деформационной теории пластичности	211
§ 14.5. Законы разгрузки	213
§ 14.6. Работа напряжений и потенциальная энергия	214
14.6.1. Потенциал напряжений	216
14.6.2. Потенциал деформаций	217
§ 14.7. Теорема о минимуме работы внутренних сил	219
§ 14.8. Вариационное уравнение равновесия Лагранжа	220
§ 14.9. Постановка граничных задач теории пластичности	224
§ 14.10. Теорема о простом нагружении	225
§ 14.11. Теорема о разгрузке	227
ГЛАВА 15. РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ЗАДАЧ ПО ДЕФОРМАЦИОННОЙ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ	231
§ 15.1. Чистый изгиб прямого бруса	231
§ 15.2. Кручение бруса круглого сечения	235
§ 15.3. Упругопластическое раздувание сферического сосуда	238
§ 15.4. Симметричная деформация цилиндрической трубы	243
§ 15.5. Кручение бруса из идеально пластического материала	249
15.5.1. Упругое кручение. Аналогия Прандтля	249
15.5.2. Упругопластическое кручение бруса	253
§ 15.6. Стержень переменного сечения. Метод упругих решений	255
15.6.1. Подготовка исходных соотношений	255

15.6.2. Уточнение постановки задачи	257
15.6.3. Алгоритм метода упругих решений	258
ГЛАВА 16. ДОПОЛНЕНИЯ И ОБОБЩЕНИЯ ДЕФОРМАЦИОННОЙ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ	260
§ 16.1. Обобщения Гольденבלата и Прагера	260
§ 16.2. Тензорно-линейные соотношения в теориях пластичности	262
§ 16.3. Векторное представление тензоров	264
§ 16.4. Преобразования вращения и отражения	267
§ 16.5. Постулат изотропии Ильюшина	268
§ 16.6. Закон запаздывания	271
§ 16.7. Поверхность нагружения	272
§ 16.8. Постулат Друкера	274
§ 16.9. Рамки применения деформационной теории пластичности	277
ГЛАВА 17. ТЕОРИИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ	283
§ 17.1. Общие соотношения	283
§ 17.2. Текучесть по Прандтлю – Рейссу	285
§ 17.3. Теория пластичности Сен-Венана – Мизеса	285
§ 17.4. Пластическое течение при изотропном упрочнении	287
§ 17.5. Теория пластичности Хандельмана – Лина – Прагера	288
§ 17.6. Течение при гладких поверхностях нагружения	290
§ 17.7. Течение при других поверхностях нагружения	292
§ 17.8. Теория пластичности Кадашевича – Новожилова	295
§ 17.9. Сингулярные поверхности нагружения	295
ГЛАВА 18. ДРУГИЕ ВАРИАНТЫ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ	301
§ 18.1. Теория скольжения Батдорфа – Будянского	301
§ 18.2. Двухмерная модель Ключникова	306
§ 18.3. Эндохронная теория пластичности	310
§ 18.4. О методах физической мезомеханики и синергетики	315
III РАЗВИТИЕ КОНЦЕПЦИИ СКОЛЬЖЕНИЯ В ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ	321
ГЛАВА 19. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ	322
§ 19.1. Исходные понятия и определения	322

§ 19.2. Сопротивление сдвигу	323
§ 19.3. Синтез скольжений	326
§ 19.4. Определение главных деформаций	329
ГЛАВА 20. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ	333
§ 20.1. Диаграмма растяжения пластического материала	333
§ 20.2. Запаздывание текучести	337
§ 20.3. Предел текучести и скорость нагружения	339
ГЛАВА 21. ОСНОВНЫЕ АКСИОМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЛА	342
§ 21.1. Деформационное разупрочнение	342
§ 21.2. Начальное сопротивление сдвигу	343
§ 21.3. Функция упругого разупрочнения	345
ГЛАВА 22. УСЛОВИЕ ТЕКУЧЕСТИ ПРИ КОНЕЧНОЙ СКОРОСТИ НАГРУЖЕНИЯ	348
§ 22.1. Предел текучести при конечной скорости нагружения	348
§ 22.2. Определение функции старения	349
§ 22.3. Составляющие деформационного разупрочнения	352
§ 22.4. Почти простая деформация	352
ГЛАВА 23. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСТЯЖЕНИЯ ОБРАЗЦА С ЗУБОМ ТЕКУЧЕСТИ	355
§ 23.1. Исходные посылки	355
§ 23.2. Картина возникновения неупругой деформации	355
§ 23.3. Начала теории граничного слоя	356
§ 23.4. Упрощённая модель роста неупругой деформации	358
§ 23.5. Определение скорости роста пластической зоны	360
§ 23.6. Установившаяся текучесть	361
§ 23.7. Построение диаграммы растяжения	361
ГЛАВА 24. КОНСТРУИРОВАНИЕ ОПЕРАТОРА СОПРОТИВЛЕНИЯ СДВИГУ	363
§ 24.1. Общий вид оператора сопротивления сдвигу	363
§ 24.2. Граничное условие	365
§ 24.3. Особые случаи	365

ГЛАВА 25. ПОЛНЫЙ ЭФФЕКТ БАУШИНГЕРА	368
§ 25.1. Вторичный предел текучести	368
§ 25.2. Пропорциональное первичное нагружение	369
§ 25.3. Пропорциональное нагружение противоположного знака	370
§ 25.4. Функция Ψ при почти простой деформации	372
ГЛАВА 26. ОДНООСНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ ПЛАСТИЧЕСКОГО СТЕРЖНЯ	374
§ 26.1. Вычисление интенсивности скольжений	374
§ 26.2. Вычисление интеграла (26.5)	375
§ 26.3. Разрешающее интегральное уравнение	377
§ 26.4. Исследование тензорной интенсивности скольжений	378
§ 26.5. Определяющие уравнения при одноосном растяжении	379
§ 26.6. Пластическая деформация при разгрузке и сжатии	382
26.6.1. Приращение неупругой деформации при разгрузке	382
26.6.2. Деформация при сжатии	383
§ 26.7. Ползучесть деформации и релаксация напряжения	385
§ 26.8. Примеры построения диаграмм растяжения-сжатия	386
ГЛАВА 27. ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИОННОГО СТАРЕНИЯ НА ВЕЛИЧИНУ МОДУЛЯ ОРТОГОНАЛЬНОЙ ДОГРУЗКИ	391
§ 27.1. Постановка задачи	391
§ 27.2. Определение интенсивности дополнительных скольжений	391
§ 27.3. Вычисление приращений деформаций и модуля догрузки	393
§ 27.4. Анализ результатов и выводы	396
ГЛАВА 28. ПЛОСКОПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ	399
§ 28.1. Теорема о деформации при чистом сдвиге	399
§ 28.2. Общие зависимости при чистом сдвиге	402
ГЛАВА 29. МОНОТОННАЯ ПЛОСКОПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ	405
§ 29.1. Подготовка исходных зависимостей	405
§ 29.2. Определяющие соотношения	406
§ 29.3. Условие непрерывности	408
§ 29.4. Условия монотонности	411

ГЛАВА 30. ПРОИЗВОЛЬНАЯ НЕМОНОТОННАЯ ПЛОСКОПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ	415
§ 30.1. Немонотонная деформация при гладкой траектории	415
§ 30.2. Случай угловой точки на траектории нагружения	419
§ 30.3. Концепция скольжения и постулат изотропии	423
§ 30.4. Некоторые обобщения и частные случаи	424
ГЛАВА 31. ВИДЫ ПЛАСТИЧЕСКОГО УПРОЧНЕНИЯ	426
§ 31.1. Мера скольжений	426
§ 31.2. Полуизотропное и квазиизотропное упрочнения	426
§ 31.3. Общий вид оператора сопротивления сдвигу	427
§ 31.4. Влияние частично изотропных составляющих упрочнения	428
31.4.1. Растяжение при частично изотропном упрочнении	428
31.4.2. Вычисление меры скольжений при растяжении стержня	430
31.4.3. Сжатие стержня после полной разгрузки	431
31.4.4. Пример описания диаграмм знакопеременного кручения трубчатых образцов	432
§ 31.5. Некоторые частные случаи	434
31.5.1. Принцип Мазинга	434
31.5.2. Другие частные модели	435
ГЛАВА 32. О КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ МЕХАНИКИ НЕУПРУГОГО ТЕЛА	438
§ 32.1. Общая формулировка задачи механики неупругого тела	438
§ 32.2. Ещё о методе упругих решений	440
§ 32.3. Пример на использование метода Биргера	443
32.3.1. Начальная стадия процесса при линейном упрочнении	444
32.3.2. Случай полубесконечной пластической зоны	445
32.3.3. Вспомогательная задача	447
32.3.4. Конечная длина пластической зоны	449
32.3.5. Зависимость растягивающего усилия и давления p от длины пластической зоны	450
§ 32.4. Случай идеально пластичного тела	454
§ 32.5. Использование теории остаточных напряжений Крёнера	455

§ 32.6. Метод Крёнера при плоской деформации	457
§ 32.7. Ещё о несовместных деформациях	458
32.7.1. Распределённые клиновые дислокации	458
32.7.2. Тензор несовместности деформаций	460
§ 32.8. Приложение метода Крёнера к бразильскому тесту	463
32.8.1. Нулевое приближение	463
32.8.2. Тензорная функция Грина для круга	466
32.8.3. Определение деформации в первом приближении	469
IV НЕУПРУГАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ГЕОМАТЕРИАЛОВ	473
ГЛАВА 33. СЛОЖНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ПОЧВОГРУНТОВ	474
§ 33.1. Реальное состояние механики неупругого твёрдого тела	474
§ 33.2. Определяющие соотношения модели деформации грунтов	475
§ 33.3. Определение вида функции G	478
33.3.1. Построение G -функции для материала с высоким упрочнением	479
33.3.2. Универсальная G -функция для упрочняющихся грунтов	479
ГЛАВА 34. ПРОСТЫЕ НАГРУЖЕНИЯ ГЕОМАТЕРИАЛОВ	481
§ 34.1. Одноосное сжатие	481
§ 34.2. Ползучесть при одноосном сжатии	481
§ 34.3. Одноосное растяжение	482
§ 34.4. Чистый сдвиг	483
§ 34.5. Определение параметров модели	483
§ 34.6. Сопоставление опытных и расчётных результатов	485
ЛИТЕРАТУРА	487
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	511