

Вопросы к экзамену по курсу «Математика 4» (окончательные)

Поток КВ41, КВ42, КВ43 осень 2015г.

1. Определение функции нескольких переменных. Область определения. Линия уровня. Предел. Непрерывность.
2. Определение частной производной. Пример вычисления частной производной. Дифференцируемость функции. Связь существования частных производных и дифференцируемости. Формула производной сложной функции.
3. Частные производные высших порядков. Полные дифференциалы 1-го, 2-го и n -го порядка. Формула Тейлора.
4. Определение максимума (минимума). Теорема (необходимое условие экстремума). Выяснение наличия и типа экстремума. Пример.
5. Геометрические приложения ФНП. Производная по направлению Градиент, его смысл.
6. Замена переменных в дифференциальных выражениях. Пример по выбору лектора.
7. Дифференциальные уравнения. Определение диф. ур-я. Порядок дифф. уравнения. Определение решения д.у. Задача Коши для д.у. n -го порядка. Смысл ЗК для ур-я 1-го порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Пример. Общее решение д.у. Особое решение.
8. Уравнения с разделяющимися переменными. Определение. Алгоритм решения. Однородные уравнения. Определение. Алгоритм решения. Пример. Уравнения, приводящиеся к однородным.
9. Линейные уравнения первого порядка. Определение. Алгоритм решения. Пример. Уравнения Бернулли. Определение. Алгоритм решения. Пример.
10. Уравнения в полных дифференциалах. Определение. Алгоритм решения. Пример. Интегрирующий множитель.
11. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Определение-понятие. Алгоритм решения. Пример.
12. Понижение порядка дифференциальных уравнений. Случаи 0-2. Алгоритмы и примеры.
13. Линейные уравнения n -го порядка. Определение. Линейный оператор. Теорема о существовании и единственности решения ЗК. Линейно-независимые решения. Вронскиан. Критерий линейной независимости.
14. Линейные уравнения n -го порядка. Теорема о структуре общего решения ЛОДУ $_n^-$. Теорема о структуре общего решения ЛНДУ $_n^-$. Принцип наложения. Нахождение общего решения ЛОДУ $_n^-$. Характеристический многочлен. Собственные числа. Кратные корни. Примеры.
15. Линейные уравнения n -го порядка. Нахождение общего решения ЛНДУ $_n^-$ методом Лагранжа. Нахождение методом подбора частного решения ЛНДУ $_n^-$ со специальной правой частью. Примеры.
16. Системы дифференциальных уравнений. СДУ в нормальной форме. Матричная запись системы ЛНСДУ $_n$. Сведение дифф. уравнения n -го порядка к нормальной СДУ 1_n . Пример. Сведение решения системы к последовательному решению одного или нескольких дифф. уравнений. Пример.
17. Определение решения, устойчивого по Ляпунову. Определение асимптотически устойчивого решения. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Критерий Рауса – Гурвица. Пример исследования решения на устойчивость.
18. Определение особой точки. Классификация простейших особых точек. Их рисунки.
19. Приложение дифференциальных уравнений к прикладным задачам. Кривая погони.
20. Приложение дифференциальных уравнений к прикладным задачам. Модель боя. Построение дискретной системы. Переход к непрерывному случаю. Возможные решения. Анализ решения.

21. Двойной интеграл. Определение. Физический и геометрический смысл. Сведение двойного интеграла к повторному. Формула Грина. Замена переменных. Якобиан.

22. Поверхностный интеграл 1-го рода. Его смысл. Пример. Поверхностный интеграл 2-го рода. Его смысл. Пример.

23. Тройной интеграл. Его смысл. Сведение его к повторному. Пример. Цилиндрическая и сферическая замены. Их якобианы. Формула Гаусса – Остроградского.

Вопросы на "2" (не знаешь — получаешь 2).

1. Определение функции нескольких переменных.
2. Определение предела ф.н.п.
3. Определение частной производной.
4. Формула производной сложной функции.
5. Определение максимума (минимума).
6. Необходимое условие существования гладкого экстремума.
7. Определение д.у.
8. Определение решения д.у.
9. Задача Коши для д.у. n -го порядка.
10. Определение общего решения д.у.
11. Определение уравнения с разделяющимися переменными. Алгоритм решения.
12. Определение однородного уравнения. Алгоритм решения.
13. Определение линейного уравнения 1-го порядка. Алгоритм решения.
14. Определение уравнения Бернулли. Алгоритм решения.
15. Определение уравнения в полных дифференциалах. Алгоритм решения.
16. Понижение порядка, Алгоритмы 0-2 решения. Алгоритмы 3-4 решения.
17. Структура общего решения ЛНДУ $_n^-$ (Теорема).
18. Определение устойчивости по Ляпунову.
19. Определение асимптотической устойчивости.
20. Определение особой точки.
21. Теорема Ляпунова.
22. Определение двойного интеграла.
23. Определение поверхностного интеграла 1-го рода.
24. Определение поверхностного интеграла 2-го рода.
25. Определение тройного интеграла.
26. Формулы Грина и Гаусса — Остроградского.

Умения на "2" (не умеешь — получаешь 2).

1. Вычислять частные производные.
 2. Исследовать функцию на экстремум.
 3. Исследовать функцию на условный экстремум.
 4. Определять тип диф. уравнения 1-го порядка и решать его (с разд. перемен., однородное, линейное, Бернулли, в полных дифф., неразрешенные отн-о производной)
 5. Решать линейное уравнение 2-го порядка с любой правой частью.
 6. Понижать порядок диф. уравнения (случаи 0-2,).
 7. Исследовать нулевое решение системы или уравнения на устойчивость по Ляпунову.
 8. Расставлять пределы как в прямоугольных, так и в полярных координатах в двойном интеграле, вычислять его.
 9. Сводить поверхностный интеграл к двойному.
 10. Расставлять пределы в тройном интеграле.
- Набранное курсивом — для желающих получить оценку "5".