

## Экзаменационные вопросы по курсу "Математика 5".

Е622, К421, Н121 (2014 год).

(окончательные)

1. Понятие о рядах Фурье. Ортонормированные системы функций.
2. Ряд Фурье. Теорема Дирихле. Равенство Парсеваля.
3. Ряды Фурье четных и нечетных функций. Ряд Фурье в экспоненциальной форме.
4. Вывод волнового уравнения. Метод Даламбера.
5. Метод Фурье (разделения переменных).
6. Понятие об интеграле Фурье.
7. Преобразование Лапласа. Определение, свойства, примеры. Изображения кусочно-заданных функций.
8. Решение д.у. при помощи операционного исчисления. Особенности.
9. Обобщенные функции. Предельный и абстрактный подходы.
10. Обобщенные функции. Нахождение обобщенных решений д.у. при помощи операционного исчисления.
11. Изображение свертки. Идея применения операционного исчисления к уравнениям мат. физики.
12. *Вариационное исчисление.*
13. ТФКП. Определение ФКП, дифференцируемость, условия Коши – Римана. Гармонические функции.
14. Смысл модуля и аргумента производной ФКП. Конформные отображения. Дробно-линейные отображения.
15. Элементарные функции комплексной переменной ( $e^z$ , тригонометрические,  $\operatorname{Ln} z$ , обратные тригонометрические), пример поиска конформного отображения.
16. Ряды Лорана. Определение. Область сходимости. Вид области сходимости. Особые точки. Вычеты.
17. Интеграл от ФКП. Теорема Коши о вычетах.

### Определения (не знаешь — получаешь 2).

1. Формулы для коэффициентов тригонометрического ряда Фурье по промежутку  $[-\ell, \ell]$ . Общий вид тригонометрического ряда Фурье.
2. Теорема Дирихле.
3. Определения четной и нечетной функций.

4. Преобразование Лапласа.
5. Свойства изображений по Лапласу (9 шт.).
6. Таблица изображений по Лапласу (изображения единичной функции,  $x^n \cdot 1(x)$ ,  $e^{\alpha x} \cdot 1(x)$ ,  $\cos(\alpha x) \cdot 1(x)$ ,  $\sin(\alpha x) \cdot 1(x)$ .)
7. Функции  $\varphi_\varepsilon(x)$ . Определение  $\delta$ -функции через предельный переход. Идея работы с обобщенными функциями.
8. *Определение  $\delta$ -функции через функционал.*
9. *Идея решения задачи об экстремуме интегрального функционала.*
10. Определение ФКП.
11. Определение дифференцируемой ФКП.
12. Условия Коши – Римана.
13. *Уравнение Лапласа.*
14. Смысл модуля и аргумента производной ФКП. Конформные отображения.
15. Определение функций  $e^z$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$ ,  $\operatorname{Ln} z$ ,  $a^b$ ,  $\log_a z$ .
16. Ряд Лорана. Определение. Область сходимости. Вид области сходимости.
17. Полюс, существенно особая точка, правильная точка.
18. Вычет в конечной точке. Формула для вычисления вычета в полюсе.
19. Интеграл от ФКП. Теорема Коши о вычетах.

### Практические навыки

(не умеешь — получаешь 2).

1. Установить соответствие между данными рядами Фурье и функциями.
2. Решить операционным методом задачу Коши для дифференциального уравнения (линейного второго порядка с постоянными коэффициентами).
3. Записать ступенчатую функцию при помощи единичной функции.
4. Проверить условия Коши – Римана. Восстановить вещественную часть ФКП по мнимой и наоборот.
5. Вычислить значение элементарной ФКП (дробно-линейной или указанной в вопросе 15 "Определений на 2").
6. Вычислить интеграл по теореме Коши о вычетах.